

Katolikus Középiskolák Matematika Versenye
2023/24. DÖNTŐ
10. évfolyam

Kedves Versenyző!

Gratulálok eddigi eredményedhez! Ebben a fordulóban hat feladatot kell megoldanod. A feladatokat tetszőleges sorrendben oldhatod meg, íróeszközön kívül számológépet és függvénytáblát lehet használni. A megoldás során mindent írd le, ami a megoldáshoz kapcsolódik. 90 perc áll rendelkezésedre. Minden feladatot külön lapra dolgozz ki, melyre legyen felírva a kódszámod és a feladat sorszáma. Jó munkát kívánok!

1. Mely x egész számra lesz az $|x^2 + 10x + 21|$ kifejezés értéke prímszám?
7 pont
2. Harmincegy darab cédulára felírjuk 1-től 31-ig a pozitív egész számokat. Ezután beletesszük a cédulákat egy kalapba, és kihúzzunk belőle huszonhét cédulát.
 - a) Hányféle esetben lehet a kihúzott számok összege páratlan? **5 pont**
 - b) Hányféle esetben lehet a kihúzott számok összege osztható hárommal?
9 pont
3. Oldd meg a következő egyenletet:
$$13x^2 + 2y^2 + z^2 - 4xy + 6y - 6xz + 9 = 0$$
9 pont
4. Az ABC háromszög belső szögfelezői a köré írt kört a D, E, F pontokban metszik. Az ABC háromszög beírt körének a középpontja a DEF háromszög melyik nevezetes pontjával fog megegyezni? Igazold az állításodat!
11 pont
5. Az ABC derékszögű háromszög két befogója a és c , az átfogója b . Az átfogóhoz tartozó magasság talppontja T . Hányszorosa az ATB és BCT háromszög beírt körei középpontjának a távolsága az ABC háromszög beírt köre sugarának?
10 pont
6. Egy háromszög a, b, c oldalai között fennáll az
$$a^3 + b^3 + c^3 = ab(a + b) - bc(b + c) + ac(a + c)$$
 összefüggés. Mekkora a háromszög legnagyobb szöge?
9 pont