

**Katolikus Középiskolák Matematika Versenye**  
**2023/24. DÖNTŐ**  
**9. évfolyam**

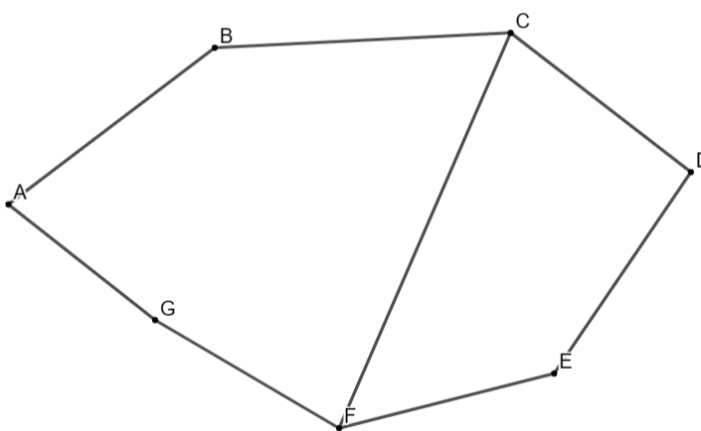
Kedves Versenyző!

Gratulálok eddigi eredményedhez! Ebben a fordulóban hat feladatot kell megoldanod. A feladatokat tetszőleges sorrendben oldhatod meg, íróeszközön kívül számológépet és függvénytáblát lehet használni. A megoldás során mindent írd le, ami a megoldáshoz kapcsolódik. 90 perc áll rendelkezésedre. Minden feladatot külön lapra dolgozz ki, melyre legyen felírva a kódszámod és a feladat sorszáma. Jó munkát kívánok!

1.

- a) Egy  $2\text{ dm}$  és  $4\text{ dm}$  oldalú téglalap alakú torta széle marcipánnal, a teteje krémmel van bevonva, melyet három testvér mindegyike nagyon szeret. Ezért elhatározzák, hogy igazságosan osztoznak rajta, azaz mindenkinek ugyanakkora területű rész jusson és a széléből is ugyanannyit kapjon mindenki. Rajzolj le egy lehetőséget, ha összefüggő darabokat szeretnének kapni! **5 pont**
- b) Adj meg 5 olyan pozitív egész számot, amelyre teljesül, hogy bármelyik kettő különbsége osztja a két szám szorzatát! **5 pont**

2. A következő térképen lévő utakat szeretnénk egymás után végig járni úgy, hogy mindegyik úton pontosan egyszer haladhatunk át. Hányféleképpen járhatjuk végig a térképen megjelölt utakat? **7 pont**



3. Oldd meg a következő egyenletet:

$$13x^2 + 2y^2 + z^2 - 4xy + 6y - 6xz + 9 = 0$$

**9 pont**

4. Egy  $120^\circ$ -os középponti szögű körcikkbe olyan négyzetet írunk, amelynek két csúcsa a körívre, a másik kettő pedig a két sugárra esik. Hány százaléka a négyzet területe a körcikk területének?

**13 pont**

5. Mennyi olyan  $n$  egész szám van, amely esetén a kifejezés értéke egész?

$$\frac{7 + 5n - 3n^2 - n^3}{1 - n^2}$$

**10 pont**

6. Egy háromszög  $a$ ,  $b$ ,  $c$  oldalai között fennáll az

$$a^3 + b^3 + c^3 = ab(a + b) - bc(b + c) + ac(a + c)$$

összefüggés. Mekkora a háromszög legnagyobb szöge és melyik oldallal van szemben?

**9 pont**