

Katolikus Középiskolák Matematika Versenye
2021/22. 2. forduló
12. évfolyam

Kedves Versenyző!

Gratulálok eddigi eredményedhez! Ebben a fordulóban hét feladatot kell megoldanod. A feladatokat tetszőleges sorrendben oldhatod meg, íróeszközön kívül számológépet és függvénytáblát lehet használni. *A megoldás során mindent írd le, ami a megoldáshoz kapcsolódik.* 90 perc áll rendelkezésedre. Jó munkát kívánok!

1. Egy 28 fős osztályban 12 lány van. Az egyik alkalommal, mikor nem volt hiányzó az osztályban egymás mellett sorakoztak. Mennyi a valószínűsége, hogy
 - a) a lányok egymás mellett állnak? **6 pont**
 - b) két lány nem áll egymás mellett? **6 pont**
 - c) Andrea és András, az osztály 2 tanulója között pontosan heten állnak? **6 pont**
2. Máté elhatározta, hogy naponta 35 mécseszt készít ajándékba a templom részére. Azonban 8 nap után egy váratlan esemény miatt, 4 napig nem tudott készíteni egy mécseszt sem. A határidőt és a tervezett mennyiséget sem szerette volna változtatni, ezért úgy döntött, hogy a hátralévő időben minden nap öttel több mécseszt készít, mint az azt megelőző napon, így annyi darabot tud adományozni, mint az eredeti tervében szerepelt. (Azaz a 13. napon is már 40 mécseszt készített.) Hány napra tervezte Máté a mécsesek elkészítését, és hány darabot ajándékozott a templom számára? **14 pont**
3. Hány számjegyből áll a 2^{2022} összes osztójának az összege? **14 pont**
4. Az $A(11; -8)$ és $B(-5; 4)$ végpontú szakasz a $7x - y = 73$ egyenletű egyenes mely pontjaiból látszik derékszögben? Határozd meg ezen pontok, valamint az A és B pontok által meghatározott síkidom területét! **18 pont**
5. Az egyik vendéglő az 5. születésnapjának megünneplésére különleges alakú poharakkal kedveskedik a vendégei részére. A poharakat szabályos ötszög alapú csonkagúlára tervezik, melynek alapéle 3 cm, fedőéle 7 cm hosszú, magassága 10 cm. Mennyi üdítő fér egy ilyen pohárba, ha magasságának 80 százalékáig töltik meg? **15 pont**
6. Egy háromszög egyik csúcsából induló magasság és súlyvonal harmadolja a csúcsnál lévő szöget. Határozd meg a háromszög szögeit és oldalainak az arányát! **15 pont**
7. Határozd meg a $3\sin x \cdot \operatorname{tg} x + \cos x = -\sqrt{3}$ egyenlet megoldásait a $\left] -\frac{8\pi}{3}; \frac{7\pi}{3} \right[$ intervallumon! **14 pont**