

**Katolikus Középiskolák Matematika Versenye**  
**2021/22. 2. forduló**  
**11. évfolyam**

Kedves Versenyző!

Gratulálok eddigi eredményedhez! Ebben a fordulóban hét feladatot kell megoldanod. A feladatokat tetszőleges sorrendben oldhatod meg, íróeszközön kívül számológépet és függvénytáblát lehet használni. ***A megoldás során mindent írd le, ami a megoldáshoz kapcsolódik.*** 90 perc áll rendelkezésedre. Jó munkát kívánok!

1. Egy kerekasztal körül 8 ember ül. Mindenki ismeri a 2 szomszédját, mást nem ismer. Mennyi a valószínűsége, ha kiválasztunk ebből a társaságból
  - a) 4 embert, **5 pont**
  - b) 3 embert, **8 pont**akkor nincs közöttük ismeretség?
2. Mennyi annak a számrendszernek az alapja, melyben a  $\overline{E78}$  háromjegyű számnak a fele a  $\overline{73F}$  háromjegyű szám? (A 10-nél nagyobb alapú számrendszereknél a 9-es után következő számjegyeket a latin ABC nagybetűivel jelöljük, így A=10, B=11, C=12, .....)  
**10 pont**
3. Attila, Balázs és Csaba a „72 óra kompromisszumok nélkül” keretében a templom takarítását tűzték ki célul. Együtt dolgozva Attila és Balázs 9 óra alatt, Attila és Csaba 12 óra alatt, míg Balázs és Csaba 18 óra alatt végezne a feladattal. A munkát szombaton 9 órai kezdéssel tervezték, azonban Attila egyéb feladatai miatt 10 órakor csatlakozott a fiúkhoz, míg Balázsnak délután 3 órakor el kellett mennie és már nem is tudott visszajönni segíteni. Mikorra fejezték be a templom takarítását?  
**14 pont**
4. Egy háromszög egyik csúcsából induló magasság és súlyvonal harmadolja a csúcsnál lévő szöget. Határozd meg a háromszög szögeit és oldalainak az arányát!  
**15 pont**
5. A léghajónk a talaj felett 500 méter magasságban lebeg. A léghajóból észrevettünk a vízszintes talajon két tornyot. Milyen távol van a két torony talppontja a vízszintes talajon, ha az egyik talppontját  $43^\circ$ -os, a másikat  $62^\circ$  -os depressziószögben, míg a talppontjukat összekötő szakaszt  $52^\circ$ -os látószögben látjuk a léghajóból?  
**13 pont**
6. Határozd meg a  $3 \cdot 2^{x+2} - 4^{x-1} + \sqrt[3]{8^{x-1}} = \frac{141}{4}$  egyenlet megoldásának pontos értékét!  
**10 pont**
7. Határozd meg a  $3\sin x \cdot \operatorname{tg} x + \cos x = -\sqrt{3}$  egyenlet megoldásait a  $\left] -\frac{8\pi}{3}; \frac{7\pi}{3} \right[$  intervallumon!  
**14 pont**