

**Katolikus Középiskolák Matematika Versenye**  
**2021/22. 2. forduló**  
**9. évfolyam**

Kedves Versenyző!

Gratulálok eddigi eredményedhez! Ebben a fordulóban hét feladatot kell megoldanod. A feladatokat tetszőleges sorrendben oldhatod meg, íróeszközön kívül számológépet és függvénytáblát lehet használni. *A megoldás során mindent írd le, ami a megoldáshoz kapcsolódik.* 90 perc áll rendelkezésedre. Jó munkát kívánok!

1.
  - a) Határozd meg  $x$  és  $y$  értékét úgy, hogy az  $\overline{53x4678y}$  nyolcjegyű szám osztható legyen 24-gyel! **6 pont**
  - b) Bizonyítsd be, hogy a 6 osztója a  $5n^3 + 85n$  számnak, ha  $n$  egy természetes számot jelöl! **10 pont**
2. Mennyivel több azon négyjegyű számok összege amely tartalmaz prímszámjegyet, mint amelyik nem? **14 pont**
3. Egy négyjegyű számból hagyva az utolsó számjegyet, kaptam egy háromjegyű számot. Ebből is hagyva az utolsó számjegyet kaptam egy kétjegyű számot. Ebből is hagyva az utolsó számjegyet kaptam egy egyjegyű számot. Melyik lehetett a négyjegyű szám, ha hozzáadva az így kapott háromjegyű, kétjegyű és egyjegyű számot eredményül 2022-t kaptam? **15 pont**
4. Az  $x^{10} + x^6 + P(x) \cdot x^4$  kifejezésben határozd meg az egytagú  $P(x)$  polinomot úgy, hogy a kifejezés teljes négyzet legyen! **13 pont**
5. Határozd meg azokat a pozitív egész számokat, melyeknek a négyzetét 1575-tel csökkentve egy négyzetszámot kapunk! **14 pont**
6. Az  $ABC$  háromszögben a  $BC$  oldalfelezőmerőlegese az  $AC$  egyenest  $E$  pontban metszi. Mekkora lehetnek a háromszög szögei, ha tudjuk, hogy az  $AB$  szakasz hossza megegyezik a  $BE$  szakasz hosszával és a háromszög  $B$  csúcsánál lévő szöge háromszorosa az  $A$  csúcsnál lévő szögének? **14 pont**
7. Oldd meg az  $\left| \frac{|x|+1}{|x|-1} \right| = \frac{1}{2}x + 4$  egyenletet! **24 pont**