

Katolikus Középiskolák Matematika Versenye
2019/20. DÖNTŐ
11. évfolyam

Kedves Versenyző!

Gratulálunk eddigi eredményedhez! Ebben a fordulóban hat feladatot kell megoldanod. A feladatokat tetszőleges sorrendben oldhatod meg, íróeszközön kívül számológépet és függvénytáblát lehet használni. A megoldás során mindent íj le, ami a megoldáshoz kapcsolódik. 90 perc áll rendelkezésedre. Minden feladatot külön lapra dolgozz ki, melyre legyen felírva a neved és a feladat sorszáma. Jó munkát kívánunk!

1. Egy 2020 számjegyből álló szám számjegyeinek szorzata 20-nak legfeljebb hányadik hatványával osztható? **12 pont**
2. Hány megoldása van a 2020-nál kisebb pozitív számok halmazán az $1989\sin x - 31\cos y = 2020$ egyenletnek? **12 pont**
3. A szentkúti egyházközség plébánosa a képviselőtestület 8 tagját meghívta a Nemzetközi Eukarisztikus Kongresszusra. Minden képviselő egymástól függetlenül, ugyanakkora valószínűséggel fogadja el a meghívást. Kiszámolták, hogy 0,1678 annak a valószínűsége, hogy minden tag elfogadja a meghívást. Mennyi a valószínűsége, hogy a plébánossal együtt számolva legalább 5 fő képviseli a szentkúti egyházközség képviselőtestületét a Kongresszuson? **10 pont**
4. Határozd meg az $x^2 + y^2 = 25$ és az $(x - 12)^2 + y^2 = 16$ egyenletű köröket érintő 19,5 egység sugarú körök középpontjait! **21 pont**
5. Legyen az A halmaz a $\log_{\frac{1}{2}}(x + 9) - \log_{\frac{1}{2}}(2 - x) \leq \log_{\frac{1}{2}}(x + 4) - 1$, míg B az $24 \cdot 4^{x-1} + 3 \cdot 2^{x+1} - 120 < 0$ egyenlőtlenség megoldáshalmaza. Határozd meg az $B \setminus A$ halmazt! Hány nemnegatív egész megoldása van ennek a halmaznak? **22 pont**
6. Egy légy és egy hangya egy szabályos húszszög alapú belül üres gúla alakú dobozba van bezárva és az alaplap egyik csúcsából igyekeznek eljutni a csúccsal szemközti csúcsból induló oldalél felezőpontjába. Melyikük ér hamarabb oda, ha a légy 30 cm-t, míg a hangya 35 cm utat tesz meg másodpercenként. A gúla alapéle és magassága is 2020 mm. (Egy sokszögben a szemközti csúcsokat a leghosszabb átló köti össze.) **19 pont**