

**Katolikus Középiskolák Matematika Versenye**  
**2019/20. DÖNTŐ**  
**10. évfolyam**

Kedves Versenyző!

Gratulálunk eddigi eredményedhez! Ebben a fordulóban hat feladatot kell megoldanod. A feladatokat tetszőleges sorrendben oldhatod meg, íróeszközön kívül számológépet és függvénytáblát lehet használni. A megoldás során mindent íj le, ami a megoldáshoz kapcsolódik. 90 perc áll rendelkezésedre. Minden feladatot külön lapra dolgozz ki, melyre legyen felírva a neved és a feladat sorszáma. Jó munkát kívánunk!

1. Hány olyan hatjegyű egész szám van amelyben van legalább 2 darab 1-es vagy legalább 2 darab 2-es? **11 pont**
2. Oldd meg a következő egyenletet!  
$$3\{x\} + x - \frac{2020}{7} = 0$$
, ahol  $\{x\}$  egy szám törtrészét jelenti. **15 pont**
3. Az  $ABC$  háromszög  $A$  csúcsánál lévő szög  $30^\circ$ . Mekkora szöget zár be a  $B$  csúcsból induló magasságvonal talppontját az  $AB$  oldal felezőpontjával összekötő egyenes a  $C$  csúcsból induló magasságvonal talppontját az  $AC$  oldal felezőpontjával összekötő egyenessel? **12 pont**
4. Egy érdekes matematikai feladatokat tartalmazó könyvben azokon az oldalakon, melyek oldalszámai hárommal osztva egy maradékot adnak egy háromszöget, melyek öttel osztva három maradékot adnak egy ötszöget, melyek héttel osztva öt maradékot adnak egy hétszöget tartalmaznak. Legfeljebb hány oldalas a könyv, ha 36 olyan oldal van a könyvben, amelyen pontosan két ábra van? Hány csúcsa van a könyvbe rajzolt sokszögeknek összesen, ha a könyv maximális oldalszámú? **12 pont**
5. Egy kisváros egyházközsége elhatározza, hogy a 10 méter alapélű szabályos nyolcszög alapú, 15 méter magas gúla alakú templomtoronyban kilátót épít turisztikai szempontból. A toronyban 3 méterenként építenek szinteket, melyeket az alaplap közepén kezdődő csigalépcsőn lehet majd megközelíteni. Hány ember tartózkodhat egyszerre a harmadik és az ötödik szinten (az első szint az alapszint), ha a lépcső minden szint közepén egy 1,5 méter sugarú körhenger alakú részt foglal el és egy ember részére  $2,7 \text{ m}^2$  hasznos területet írnak elő a biztonsági előírások? Hasznosnak tekintünk egy területet, ha ott a belmagasság eléri a 2 métert. **16 pont**
6. Határozd meg azokat a pozitív egész  $(x; y)$  számpárokat, melyre teljesül, hogy  $(x + y)^2 + 11x + 7y$  egy egész szám négyzetével egyenlő és az  $x \cdot y$  szorzat kétjegyű! **16 pont**