

Katolikus Középiskolák Matematika Versenye
2019/20. DÖNTŐ
9. évfolyam

Kedves Versenyző!

Gratulálunk eddigi eredményedhez! Ebben a fordulóban hat feladatot kell megoldanod. A feladatokat tetszőleges sorrendben oldhatod meg, íróeszközön kívül számológépet és függvénytáblát lehet használni. A megoldás során mindent íj le, ami a megoldáshoz kapcsolódik. 90 perc áll rendelkezésedre. Minden feladatot külön lapra dolgozz ki, melyre legyen felírva a neved és a feladat sorszáma. Jó munkát kívánunk!

1. Pistiék egy edényben gyűjtik a cseresznyét. Kezdetben 80 szem gyümölcs volt benne. Az 1. percben beletettek a db szemet, de ki is vettek belőle b darabot. Innentől kezdve azt vették észre, hogy minden percben annyiszor a db-ot tettek bele és annyiszor b darabot vettek ki, mint ahányadik percnél jártak (azaz a 3. percben $3a$ szem gyümölcs került a tálba és $3b$ szem került ki belőle). A végén az edényben 4180 szem gyümölcs volt.

- a) Hány percre gyűjtötték a cseresznyét? **8 pont**
b) Ha az utolsó percben az edénybe tett és az edényből kivett cseresznye számának aránya 7:2, akkor az utolsó percben hány szem cseresznye került a tálba?

5 pont

2.

- a) Az f függvény értelmezési tartományának minden elemére teljesül, hogy $f(x^2 + 2x) = x^4 + 4x^3 + 9x^2 + 10x - 3$. Mivel egyenlő $f(x^3 + 3x)$? **9 pont**
b) Legyenek $x_1, x_2, \dots, x_{2020}$ valós számok. Határozd meg az $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{2020}^2 - x_1 - x_2 - \dots - x_{2020}$ kifejezés minimumának az értékét!

6 pont

3. Határozd meg az összes olyan kétjegyű számot, melynek a legtöbb pozitív osztója van! **14 pont**

4. Az ABC háromszög A csúcsánál lévő szög 30° . Mekkora szöget zár be a B csúcsból induló magasságvonal talppontját az AB oldal felezőpontjával összekötő egyenes a C csúcsból induló magasságvonal talppontját az AC oldal felezőpontjával összekötő egyenessel? **12 pont**

5. Egy négyszög átlói merőlegesek egymásra, három oldala 1 cm, 5 cm és 5,5 cm hosszú. Mekkora lehet a 4. oldal? **12 pont**

6. Oldd meg a következő egyenletet!

$$3\{x\} + x - \frac{2020}{7} = 0, \text{ ahol } \{x\} \text{ egy szám törtrészét jelenti.}$$

15 pont